**统计信号处理基础 第03次作业**

许凌玮 2018011084

1. 证明复数情况下的积分形式的柯西-施瓦兹不等式为

取等充要条件。

【证明】

首先证明实数情形的积分形式的柯西-施瓦兹不等式为

取等充要条件。

由模的性质易知，则对其积分可得

由于

将其视为关于的二次函数，恒不小于0，要求。

此即实数情形的积分形式的柯西-施瓦兹不等式，取等充要条件为，即

然后证明复数情形的积分形式的三角不等式

由定积分的定义

由求和形式的三角不等式（由复平面的向量相加易证）

两边对取极限即可得

即

等号成立的条件为的幅角为定值，使得向量同向相加

现将上式中的换为，即得

等号成立的条件为

也即

由于与均为实数，它们满足前面已证的实数情形的积分形式的柯西-施瓦兹不等式

因此有

复数情形的积分形式的柯西-施瓦兹不等式即得证。

上式两个号取等条件依次为

整理得

综上所述，复数情况下的积分形式的柯西-施瓦兹不等式为

取等充要条件。